Exercices d'échauffement avant la rentrée
en Terminale-Spécialité Mathématiques

Dans chacun des exercices suivants, entourez les propositions qui sont vraies et barrez celles qui sont fausses. Justifiez toutes vos réponses en citant les éventuelles formules du cours utilisées, en détaillant vos calculs ou en donnant un contre-exemple.

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de raison -2 et de premier terme $u_0 = 3$.

a. Pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n = -2 + 3n$.

b. Pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_{n+2} = u_n + u_2$.

c. Pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n = u_2 + 4 - 2n$.

d. Pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_1 + u_2 + \cdots + u_n = 2n - n^2$.

2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$ et de premier terme $v_1 = 3$.

a. Pour tout n de $\mathbb{N}^*$, $v_n = \dfrac{3}{2^n}$.

b. Pour tout n de $\mathbb{N}^*$, $v_{n+2} = \dfrac{v_n}{4}$.

c. Pour tout n de $\mathbb{N}^*$, $v_1 + v_2 + \cdots + v_n = 6\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

3. Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite définie pour n de $\mathbb{N}^*$ par : $w_n = 3 + \dfrac{5}{n}$.

a. (w_n) est arithmétique.

b. $w_n < 3 + 10^{-2} \iff n > 500$.

c. Il existe une infinité de valeurs de n pour lesquelles on a : $w_n \in]2,99999999; 3,00000001[$.

4. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = \dfrac{15}{4}$ et pour tout n de $\mathbb{N}$ par $u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + \dfrac{1}{2}$. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout n de $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{3}{4} - u_n$.

a. $v_2 = -1$.

b. (u_n) est à la fois arithmétique et géométrique.

c. (v_n) est géométrique.

5. <u>Avec calculatrice ou tableur</u>
Soit $(u_n)_n \in \mathbb{N}$ la suite définie par $u_0 = 8$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ $u_{n+1} = \sqrt{3u_n + 4}$.

a. $u_{10} = 4,00017$ à 10^{-5} prés.

b. $u_{15} = 4$.

c. Le plus petit entier n tel que $|u_n - 4| < 10^{-5}$ est 16.

d. Le sens de variation de (u_n) est celui de la fonction $x \mapsto \sqrt{3x+4}$ sur $\mathbb{R}_+$.

6. Lesquelles des suites proposées ci-dessous sont croissantes ?

a. Pour tout entier naturel n, $u_n = 0,2n^2 + n - 3$;

b. pour tout entier naturel n, $v_n = \dfrac{3}{n+1}$;

c. pour tout entier naturel n, $w_n = \dfrac{n}{n+1}$;

d. $s_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n, $s_{n+1} = s_n - 2n - 5$;

e. $t_0 = -5$ et, pour tout entier naturel n, $t_{n+1} = t_n + n^2$.

7. Lesquelles des suites proposées ci-dessous sont décroissantes ?

a. Pour tout entier naturel n, $u_n = 0,2n^2 + n - 3$;

b. pour tout entier naturel n, $v_n = \dfrac{3}{n+1}$;

c. pour tout entier naturel n, $w_n = \dfrac{n}{n+1}$;

d. $s_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n, $s_{n+1} = s_n - 2n - 5$;

e. $t_0 = -5$ et, pour tout entier naturel n, $t_{n+1} = t_n + n^2$.

8. Soit f la fonction trinôme définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ de courbe représentative $\mathscr{P}$ dans le plan muni d'un repère.

a. Le sommet de la parabole $\mathscr{P}$ a pour ordonnée $-\dfrac{1}{4}$.

b. Le trinôme $f(x)$ n'a pas de forme factorisée.

c. Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{P}$ au point d'abscisse 0 est -4.

d. Il existe un unique point de $\mathscr{P}$ en lequel la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = x$.

9. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x-1)^2 + 2$.

a. Le nombre dérivé de g en 2 est égal à $\lim\limits_{h \to 2} \dfrac{g(2+h) - g(2)}{h}$.

b. $g'(2) = 4$. est $2x - 1$.

c. La courbe de g admet un axe de symétrie parallèle à l'axe des ordonnées du repère.