Exercices d'échauffement avant la rentrée en terminale, spécialité Mathématiques

Ces exercices sont à faire dans les jours précédant la rentrée, pour réactiver les notions nécessaires pour les premiers chapitres que nous aborderons ensemble. Il est évident que certaines questions nécessiteront de relire votre cours de première, c'est non seulement normal, mais c'est le but : identifier ce qui doit être relu de ce qui est bien ancré.

Dans chacun des exercices suivants, entourez les propositions qui sont vraies et barrez celles qui sont fausses. Justifiez toutes vos réponses en citant les éventuelles formules du cours utilisées, en détaillant vos calculs ou en donnant un contre-exemple.

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite arithmétique de raison -2 et de premier terme $u_0 = 3$.

a. Pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n = -2 + 3n$.

b. Pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_{n+2} = u_n + u_2$.

c. Pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n = u_2 + 4 - 2n$.

d. Pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_1 + u_2 + \cdots + u_n = 2n - n^2$.

2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$ et de premier terme $v_1 = 3$.

a. Pour tout n de $\mathbb{N}^*$, $v_n = \dfrac{3}{2^n}$.

b. Pour tout n de $\mathbb{N}^*$, $v_{n+2} = \dfrac{v_n}{4}$.

c. Pour tout n de $\mathbb{N}^*$, $v_1 + v_2 + \cdots + v_n = 6\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

3. Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite définie pour n de $\mathbb{N}^*$ par : $w_n = 3 + \dfrac{5}{n}$.

a. (w_n) est arithmétique.

b. $w_n < 3 + 10^{-2} \iff n > 500$.

c. Il existe une infinité de valeurs de n pour lesquelles on a : $w_n \in]2,99999999;3,00000001[$.

4. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = \dfrac{15}{4}$ et pour tout n de $\mathbb{N}$ par $u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + \dfrac{1}{2}$. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout n de $\mathbb{N}$ par $v_n = \dfrac{3}{4} - u_n$.

a. $v_2 = -1$.

b. (u_n) est à la fois arithmétique et géométrique.

c. (v_n) est géométrique.

5. Lesquelles des suites proposées ci-dessous sont croissantes ?

a. Pour tout entier naturel n, $u_n = 0,2n^2 + n - 3$;

b. pour tout entier naturel n, $v_n = \dfrac{3}{n+1}$;

c. pour tout entier naturel n, $w_n = \dfrac{n}{n+1}$;

d. $s_0 = 0$ et pour tout entier naturel n, $s_{n+1} = s_n - 2n - 5$;

e. $t_0 = -5$ et pour tout entier naturel n, $t_{n+1} = t_n + n^2$;

6. Lesquelles des suites proposées ci-dessous sont décroissantes ?

a. Pour tout entier naturel n, $u_n = 0,2n^2 + n - 3$;

b. pour tout entier naturel n, $v_n = \dfrac{3}{n+1}$;

c. pour tout entier naturel n, $w_n = \dfrac{n}{n+1}$;

d. $s_0 = 0$ et pour tout entier naturel n, $s_{n+1} = s_n - 2n - 5$;

e. $t_0 = -5$ et pour tout entier naturel n, $t_{n+1} = t_n + n^2$;

7. Soit f la fonction trinôme définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ de courbe représentative P dans le plan muni d'un repère.

a. Le sommet de la parabole P a pour ordonnée $-\dfrac{1}{4}$.

b. Le trinôme $f(x)$ n'a pas de forme factorisée.

c. Le coefficient directeur de la tangente à P au point d'abscisse 0 est -4.

d. Il existe un unique point de P en lequel la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = x$.

8. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x-1)^2 + 2$.

a. Le nombre dérivé de g en 2 est égal à $\lim\limits_{h \to 2} \dfrac{g(2+h) - g(2)}{h}$.

b. $g'(2) = 4$.

c. La courbe de g admet un axe de symétrie parallèle à l'axe des ordonnées du repère.